

数学科学系

00420033 数学模型 3 学分 48 学时

Mathematical Modelling

本课程从实际问题入手，介绍数学模型的一般概念、方法和步骤；以案例方式组织教学，通过大量实例研究，重点介绍一些用机理分析方法和优化、统计方法建立的非物理领域（如日常生活、社会、政治、经济、管理、科技等领域）的实际问题的数学模型及常用的数学建模方法。数学内容主要包括初等模型、简单优化模型、数学规划模型、微分方程模型、代数方程和差分方程模型、离散模型、概率模型、统计回归模型、博弈模型等。具体案例主要取自教材，课上选讲部分案例、其他案例供学生课外阅读。

00420152 数学建模引论 2 学分 32 学时

Introduction of Mathematical Modelling

本课程从实际问题入手，介绍数学模型的一般概念、方法和步骤；以案例分析的方式组织教学，通过大量实例研究，重点介绍一些用机理分析方法和优化、数据分析等方法建立的非物理领域（如日常生活、社会、政治、经济、管理、生物等领域）的实际问题的数学模型。数学内容以高中数学知识为主，如代数方程和差分方程、函数极值、古典概率、排列组合、逻辑推理、公理化思维等。具体案例主要选自各类教材和教师自己编写的案例，所选择的案例兼顾实用性、趣味性和科学性。教师课上选讲部分案例，并提供一些其他案例和扩展知识供学生课外阅读。

00420183 博弈论 3 学分 48 学时

Game Theory

介绍博弈论基本概念如：组合博弈，扩展型博弈，双人零和博弈，双矩阵博弈，纳什均衡，相关均衡，进化博弈论，重复囚徒博弈，谈判理论，联盟型博弈，Shapley 值，核仁，两边配对问题。

00420191 经度 1 学分 16 学时

Longitude

本课程依据课本来认识 John Harrison 在解决“经度”问题的努力，从而了解西方在十八世纪时的经济，科技和科研体制的发展。

00420204 科学与工程计算基础 4 学分 80 学时

Foundations of Scientific and Engineering Computing

课程讲授的主要内容包括：误差分析、浮点数的运算、数值线性代数、逼近论、常微分方程以及偏微分方程的数值解。其中数值线性代数部分主要涵盖大型方程组的直接法和迭代法，如：LU 分解，分裂方法（Jacobi 迭代，Gauss-Seidel 迭代）和共轭梯度法；而特征值和特征向量的计算包含幂迭代、QR 迭代和 Lanczos 迭代等。对非线性方程组的求解亦会给出简介。逼近论主要涵括数据拟合、多项式插值以及通过 Fourier 变换插值、正交多项式插值和样条插值；最佳平方逼近、最小二乘以及数值积分。常微分方程初值和边值问题的数值解。而偏微分方程部分主要涉及椭圆、抛物和双曲方程的有限元和有限差分方法及稳定性分析。计算机编程也是本课程不可分割的部分。

10420095 微积分(1) 5 学分 80 学时

Calculus(1)

内容包括：实数，函数，极限论，连续函数，导数与微分，微分中值定理，L'Hospital 法则，极值与凸性，Taylor 公式，不定积分与定积分，广义积分，积分应用，数项级数，函数级数，幂级数，Fourier 级数。

10420115 微积分(2) 5 学分 80 学时**Calculus(2)**

n 维空间中的距离、邻域、开集与闭集, 多元函数的极限与连续, 多元函数微分学, 空间曲线与曲面, 重积分、曲线与曲面积分、向量分析, 常微分方程、初等积分法、高阶线性方程、线性常微分方程组。

10420213 几何与代数(1) 3 学分 48 学时**Geometry and Algebra(1)**

映射, 关系, 几何的序, 群, 环, 域等基本概念; 几何空间中的向量, 直角坐标系与仿射坐标系, 点乘与叉乘, 平面与直线问题; 线性空间, 向量的线性相关性, 向量组的秩, 线性空间的基和坐标, 线性子空间, 线性空间的和与交, 维数公式, 内积空间, 标准正交基, Schmidt 正交化; 线性映射, 线性映射的秩, 映射的象和核以及维数公式, 线性映射的运算, 线性空间的同构; 线性映射的表示及矩阵的概念, 矩阵的运算以及它们与线性映射运算的关系, 矩阵的逆和转置, 分块矩阵; 行列式的定义和性质, Laplace 展开定理, 矩阵乘积的行列式和 Gramer 法则; 线性方程组解的理论和结构, 求其一般解的方法; 正交矩阵和相似矩阵, 矩阵的特征值和特征向量, 可对角化条件, 实对称矩阵的对角化

10420243 随机数学方法 3 学分 48 学时**Stochastic Mathematical Methods**

本课程的主要内容包括: 概率与概率空间、离散随机变量与随机徘徊、Poisson 分布与 Poisson 过程、连续型随机变量、Brown 运动与特征函数、从极限定理到 Donsker 不变原理 (详见教学安排)。

这些内容对应教材的前六章。

10420252 复变函数引论 2 学分 32 学时**Introduction to Complex Analysis**

介绍复变函数、解析函数的意义和性质, 解析函数的实部和虚部之间满足 Cauchy-Riemann 方程, 解析函数的 Cauchy 积分定理, 幂级数的研究 (Abel 定理及收敛半径的定义), 复函数的奇点分类、Laurent 级数, 留数定理的应用及共形映射等。

10420262 数理方程引论 2 学分 32 学时**Introduction to Methods of Mathematics and Physics**

本课程的主要内容有: 三种典型方程的建立, 定解条件的物理意义以及三种定解问题的提法; 有界弦的自由振动问题和有限杆上热传导问题的分离变量法; 无界弦自由振动问题的达朗贝尔法和积分变换法; 拉普拉斯方程的格林函数法; 贝塞尔函数和勒让德多项式。

10420604 高等代数 4 学分 64 学时**Advanced Algebra**

基本代数结构, 群, 环, 域。线性空间, 线性映射, 基与坐标。矩阵, 秩, 相抵标准形, 行列式。欧氏空间, 正交映射。线性函数与对偶空间, 对偶基。线性映射在不同基下的矩阵表达, 线性变换的特征值与特征向量。对角化条件, Jordan 标准形。正交映射在不同正交基下的矩阵表达。对称映射。正交合同标准形, 合同标准形。二次型的非负定条件

10420803 概率论与数理统计 3 学分 48 学时**Probability and Statistics**

本课程的主要内容包括: 随机事件与概率、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、期望与方差, 大

数定律与中心极限定理、统计量及其分布、参数估计、假设检验。
这些内容对应教材的前七章。

10420844 文科数学 4 学分 64 学时

Mathematics for Arts

本课程的主要内容包括一元微积分、线性代数、数理统计（参数估计和假设检验等）。讲授的主题包括：预备知识（集合、邻域、函数及其性质、基本初等函数和初等函数），一元函数微分学（数列极限和函数极限、极限的性质、极限的四则运算、极限存在准则、两个重要极限、连续、导数、微分、微分中值定理、洛必达法则、极值问题），原函数和不定积分（不定积分的概念、不定积分的计算、换元积分法和分部积分法），定积分（定积分的概念、定积分的性质、微积分基本定理、定积分的计算），线性代数（行列式定义和性质、行列式计算、矩阵代数、初等变换、线性方程组的求解），浅谈数理统计。

10420854 数学实验 4 学分 64 学时

Experiments in Mathematics

本课程内容包括：（1）数学实验、数学建模、数学软件和科学计算的基本概念；（2）常用的数值计算方法（插值与数值积分、常微分方程的数值解法、线性代数方程组的数值解法、非线性方程组的数值解法）；（3）常用的优化方法（无约束优化、线性规划、非线性规划、整数规划）；（4）常用的统计方法（数据的统计描述、统计推断、回归分析）。每一部分都从实际问题的数学模型开始引入，接着介绍对相应的模型进行求解的基本原理和主要算法，然后落实到通过数学软件实现这些算法，最后让学生自己动手解决几个实际问题。

10420863 几何与代数(2) 3 学分 48 学时

Linear Algebra and Analytic Geometry(2)

内容包括：二次型，代数系统，一元多项式，线性空间，线性变换，Euclid 空间，矩阵分析初步，近世代数简介，线性函数与对偶空间，最小二乘法与广义逆矩阵简介。

10420874 一元微积分 4 学分 64 学时

Calculus

函数、极限和连续：函数极限的定义和性质，函数连续性，极限的计算；导数和微分：概念与性质，导数的计算，高阶导数，微分，中值定理和应用，L'Hospital 法则，Taylor 公式，极值问题；积分理论：概念和性质，Newton-Leibniz 公式，不定积分计算，积分的几何和物理应用；常微分方程初步：一阶方程初等积分方法，二阶可降阶方程；以下内容根据情况酌情增减或选择：广义积分及其敛散性判别；数项级数及其敛散性判别，函数级数的收敛域和一致收敛，逐项极限、逐项求导、逐项积分；幂级数的收敛半径，函数的 Taylor 级数展开。

10420884 多元微积分 4 学分 64 学时

Multi-variable Calculus

多元函数的极限和连续，多元函数的微分：偏导数、方向导数、梯度、全微分，向量值函数的微分，高阶偏导数，隐（反）函数定理，Taylor 公式；多元函数的极值与条件极值；重积分概念和性质，重积分计算：化为累次积分、变量代换，重积分的应用；含参数积分；第一类曲线曲面积分，第二类曲线曲面积分；平面向量场和 Green 公式，空间向量场与 Gauss 公式、Stokes 公式，积分与路径无关；二阶线性常微分方程，一阶线性常微分方程组。

10420935 数学分析(2) 5 学分 80 学时

Mathematical Analysis(2)

本课程的主要内容是多元函数的微分和积分学理论, 讲授的主题包括: \mathbb{R}^n 上的拓扑; 多变量函数的极限; 多变量连续函数及连续映射的性质; \mathbb{R}^n 上的欧氏结构; 多变量函数的微分; 复合映射的微分; 微分运算的基本性质; 拟微分中值定理; 高阶偏导数; 隐函数定理; 逆映射定理; 秩定理; Taylor 公式; 函数的极值与条件极值; n 维区间上的积分; 有界集合上的积分; 多重积分的一般性质; 化多重积分为累次积分, Fubini 定理; 多重积分的变量代换; 广义多重积分; \mathbb{R}^n 中的曲面; 曲面的定向; 曲面的边界及其定向; 欧氏空间中曲面的面积; 微分形式的概念及其性质; 微分形式的积分; 体积形式; 基本积分公式, Stokes 定理; 向量分析中的微分形式; 曲线正交坐标系下微分运算的表示; 场论中的积分公式; 有势场。这些内容对应于 Zorich 的《Mathematical Analysis I, II》中的 7, 8, 11--14 章。

10420963 大学数学(1)(社科类) 3 学分 48 学时

College Mathematics(1) (For Social Science)

实数与初等函数简介, 一般函数的概念; 函数极限的概念和性质, 函数极限的计算; 连续函数的性质; 导数的概念与导数的计算, 导函数与高阶导数的计算; 导数的应用; 函数的图形, 函数的极值与最值, 洛必达法则; Taylor 公式; 微分的概念和计算; 不定积分的概念与计算; 定积分的概念, 性质与计算; 定积分的应用; 几何应用与简单的物理应用; 空间解析几何简介: 空间坐标系及空间距离, 向量及向量的运算及其几何意义, 空间平面与直线方程, 空间二次曲面。

10420973 大学数学(2)(社科类) 3 学分 48 学时

College Mathematics(2) (For Social Science)

二元函数的概念, 二元函数的运算; 二元函数的表示及坐标系; 二元函数的极限, 二元函数的连续与二元函数的偏导数; 二元函数的方向导数、梯度与全微分; 二元函数的微分及其应用; 二重积分与二重积分成为的累次积分; 二重积分的计算与二重积分的坐标变换(极坐标系与一般坐标系简介); 二重积分应用; 曲线与曲面积分简介; 常数项级数与收敛性; 函数项级数与幂级数; 傅里叶级数; 广义积分; 常微分方程的初等解法; 线性常微分方程; 差分方程简介

10420984 大学数学(3)(社科类) 4 学分 64 学时

College Mathematics (3) (For Social Science)

Gauss 消元法, 线性方程组的矩阵, 齐次线性方程组, 数域与 n 维向量, 线性相关性, 向量组的秩, 线性方程组解的结构, 2 阶和 3 阶行列式与 n 阶排列, n 阶行列式的定义与性质, 行列式按一行(列)展开公式与计算, 克莱姆法则, 矩阵的运算, 分块矩阵与逆矩阵, 逆矩阵的求法, 投入产出数学模型, 相似矩阵, 特征值与特征向量, 正交矩阵, 实对称矩阵的对角化, 二次型的标准形, 二次型的规范形, 正定二次型, 线性空间, 线性子空间, 线性变换的定义与基本性质, 线性变换的矩阵, 线性规划问题, 单纯形解法和对偶问题。

10420994 大学数学(4)(社科类) 4 学分 64 学时

College Mathematics (4) (For Social Science)

介绍概率论基础和数理统计。概率论基础部分包括基本概念: 概率和条件概率, 有等可能性的概型, 事件的独立性; 随机变量, 随机向量与分布的概念, 重要分布律的产生、性质及相互间关系, 随机向量(含变量)的函数的分布; 随机变量的数字特征: 数学期望, 矩与方差, 及两个随机变量间的协方差与相关系数; 主要极限定理的概念、结论及应用。数理统计部分, 介绍总体和样本概念, 抽样分布与统计量; 参数估计(点估计, 区间估计及估计量的优良标准); 正态总体和非正态总体的参数的假设检验, 两个独立正态总体参数的差异性检验, 非参数检验(分布拟合和秩和检验); 最后介绍应用广泛的线性回归分析。

依据非数学专业大学本科生《概率论和数理统计》的教学要求, 基于在清华大学数十年的教学经验, 我们编写了这本教材。本书也可供普通师范类数学系学生作教材, 以及考研与工程技术人员学习的参考。

10421055 微积分 A(1) 5 学分 80 学时**Calculus A(1)**

实数性质与基本公理，数列极限的概念和性质；函数的极限与连续性，连续函数的性质；导数和微分的概念，导数的计算，高阶导数；中值定理和应用，L'Hospital 法则，Taylor 公式，极值问题；积分概念和理论，Newton-Leibniz 公式，不定积分计算，定积分计算，积分的几何和物理应用；广义积分概念，收敛性判别；常微分方程基本概念，一阶方程初等积分方法，高阶可降阶方程，高阶线性方程理论和求解，一阶线性方程组。

10421065 微积分 A(2) 5 学分 80 学时**Calculus A(2)**

n 维欧式空间的点集和区域，多元函数的极限与连续性，全微分与偏导数、方向导数、梯度，向量值函数的微分，复合函数的微分，隐函数定理，Taylor 公式，极值与条件极值；含参积分，重积分概念和性质，重积分与累次积分，重积分变量代换，重积分的几何和物理应用；曲线与曲面及其定向，曲线积分与曲面积分，平面向量场与 Green 公式，空间向量场与 Gauss 公式，Stokes 公式；级数概念和性质，非负级数及其判别法，绝对收敛与条件收敛，函数项级数与一致收敛，幂级数，Fourier 级数。

10421075 微积分 B(1) 5 学分 80 学时**Calculus B(1)**

函数与数列的极限，连续函数及其性质，导数和微分，导数计算，高阶导数，中值定理，洛必达法则，函数的极值，泰勒公式及其应用；原函数与不定积分，定积分概念，牛顿-莱布尼茨公式，积分计算与换元，积分的几何和物理应用，反常积分；级数概念与性质，正项级数，函数级数，幂级数，傅里叶级数。

10421084 微积分 B(2) 4 学分 64 学时**Calculus B(2)**

多元函数的极限与连续；微分与偏导数，方向导数和梯度，复合函数的微分，隐函数定理，二元函数泰勒公式；多元函数微分学的应用：曲面和曲线，极值与条件极值；二重积分概念和性质，二重积分计算，三重积分计算，曲线积分与曲面积分，含参变量积分；向量场上微分运算，向量场沿有向曲线的积分，格林公式，向量场的曲面积分，高斯公式和斯托克斯公式，保守场；常微分方程概念和初等解法，高阶线性方程理论和求解，线性微分方程组。

10421094 线性代数(1) 4 学分 78 学时**Linear Algebra(1)**

线性代数 I 是一个 64 学时的基础课程。本课程主要以矩阵理论为工具，介绍线性代数的基本概念和基本计算方法，同时介绍空间解析几何的理论与方法，将形和数有机地结合起来，培养学生初步的抽象思维能力、符号运算能力、和逻辑推理能力，学会运用学到的知识解决有关的实际问题。使得大多数学生经过学习本课程，可以学到现代数学的表达语言和思维方式，基本达到或接近数学专业学生的代数基础水平，为他们在后续课程及继续教育的学习打下良好的基础。

10421102 线性代数(2) 2 学分 42 学时**Linear Algebra(2)**

线性代数 II 以线性空间和线性变换的较深入讨论为主，并适当增加一点近世代数的内容。这一阶段要在第一阶段的基础上，重点培养抽象思维能力和逻辑推理能力。

10421113 线性代数(社科类) 3 学分 48 学时

Linear Algebra for social science students

本课程以矩阵理论为工具，介绍线性代数和空间解析几何的基本概念和基本计算方法。本课程旨在培养学生初步的抽象思维能力、符号运算能力、和逻辑推理能力，学会运用学到的知识解决有关的实际问题。本课程主要讲授：行列式理论，矩阵理论，特别是逆矩阵和初等矩阵和初等变换。几何空间中的向量，向量的线性运算、点积与叉积。向量空间，向量组的线性相关、线性无关。矩阵的秩，线性方程组理论。线性空间和线性变换，特征值与特征向量。Euclid 空间，标准正交基和正交矩阵。

10421123 线性代数 3 学分 48 学时**Linear Algebra**

线性代数是一个 48 学时的基础课程。本课程以矩阵理论为工具，介绍线性代数的基本概念和基本计算方法，培养学生初步的抽象思维能力、符号运算能力、和逻辑推理能力，学会运用相关的知识解决实际问题。本课程主要讲授：行列式理论，矩阵理论，特别是逆矩阵和初等矩阵和初等变换。矩阵的秩与线性方程组理论。向量空间，向量组的线性相关、线性无关。矩阵的特征值与特征向量。相似矩阵与实二次型的相关理论。

10421133 复变函数与数理方程 3 学分 66 学时**Functions of Complex Variables and Equations of Mathematical Physics**

该课程为电子系课改课程，由数学系教师负责。我们将传统复变函数引论（2 学分）和数理方程引论（2 学分）合并成复变函数与数理方程（3 学分），并强化与后续课程的衔接。

前半部分讲授复变函数与积分变换，介绍了复变函数的基本概念、性质和应用。重点讲授了留数定理及应用，为后续信号与系统的学习打好基础。由于课时原因，删除了辅角原理、共形映射等内容，因为电子系（对比航院、热能系）在这方面的要求相对较低。另外，积分变换在传统讲授中多次涉及，我们一次搞定，节约了时间。

对于数理方程和特殊函数，我们做了较大调整。传统上，先讲如何求解方程，再根据结果认识方程的性质。这在逻辑上是有问题的，方程的性质是本质的，不应该依赖于求解方法或过程。

因此，我们在相对抽象、整体的框架下讲解。这样的讲解不如前者形象，学生压力较大，我们放慢速度强调重点。一旦学生掌握，可以利用数理方程对实际问题建模和求解，也为他们通过数值方法求解数理方程埋下伏笔。为配合电动力学课程，我们集中讲授极坐标、球坐标等，仔细讲解特殊函数导出的全过程，通过类比法介绍特殊函数的各种重要性质。

10421155 微积分 B(1) 5 学分 80 学时**Calculus B(1)**

函数与数列的极限，连续函数及其性质，导数和微分，导数计算，高阶导数，中值定理，洛必达法则，函数的极值，泰勒公式及其应用；原函数与不定积分，定积分概念，牛顿-莱布尼茨公式，积分计算与换元，积分的几何和物理应用，反常积分；级数概念与性质，正项级数，函数级数，幂级数，傅里叶级数。

10421164 线性代数(1) 4 学分 78 学时**Linear Algebra(1)**

线性代数 (1) 是一个 64 学时的基础课程。本课程以矩阵理论为工具，介绍线性代数的基本概念和基本计算方法，同时介绍空间解析几何的理论与方法，将形和数有机地结合起来，培养学生初步的抽象思维能力、符号运算能力、和逻辑推理能力，学会运用学到的知识解决有关的实际问题。本课程主要讲授：行列式理论，矩阵理论，特别是逆矩阵和初等矩阵和初等变换。几何空间中的向量，向量的线性运算、点积与叉积。向量空间，向量组的线性相关、线性无关。矩阵的秩，线性方程组理论。线性空间和线性变换，特征值与特征向量。Euclid 空间，标准正交基和正交矩阵。二次型，二次型的标准型，实二次型及实对称矩阵的正

定性。

10421174 微积分 B(2) 4 学分 64 学时

Calculus B(2)

多元函数的极限与连续；微分与偏导数，方向导数和梯度，复合函数的微分，隐函数定理，二元函数泰勒公式；多元函数微分学的应用：曲面和曲线，极值与条件极值；二重积分概念和性质，二重积分计算，三重积分计算，曲线积分与曲面积分，含参变量积分；向量场上微分运算，向量场沿有向曲线的积分，格林公式，向量场的曲面积分，高斯公式和斯托克斯公式，保守场；常微分方程概念和初等解法，高阶线性方程理论和求解，线性微分方程组。

10421182 线性代数(2) 2 学分 42 学时

Linear Algebra(2)

线性代数(2)是一个 32 学时的基础课程，它是线性代数(1)的后续课程，主要是要强化学生对线性空间，特别是度量空间和线性变换的理解。本课程先讲授一元多项式理论，包括带余除法，最大公因子与辗转相除法，唯一分解定理，根与重根，实、复和整数系数的多项式等。本课程的重头戏和难点是矩阵相似标准形和空间分解理论，包括根空间分解和 Jordan 标准型理论。欧几里得空间和酉空间也是课程的重要部分，包括 Schmidt 正交化，标准正交基，正交矩阵和空间的正交直和分解，奇异值分解和最小二乘等。最后本课程还会介绍矩阵分析和近世代数的一些相关内容，主要是矩阵级数和初等群论等。

20420083 计算实践 3 学分 96 学时

Computing Practice

(1) 本课程是一门自成体系的计算数学类课程，学生可以没有任何计算数学基础（只需要先修过微积分和线性代数或同等课程）。如果学生在上此课前修过《数值分析》、《计算方法》或《数学实验》，则会对本课程有更深刻的理解。

(2) 本课程主讲内容为常微分方程数值解法，该内容科学计算领域中的热点方法之一。教师力图清晰、准确的介绍常微分方程在科学计算和工程科学中的各种应用，以及常微分方程数值解的基本理论，相容性、稳定性，以及绝对稳定性等

(3) 本课程会涉及到一系列数学理论，从而于纯粹数学建立密切的联系，例如有界变差函数、解析函数、傅里叶分析、位势理论、常微分方程理论、偏微分方程理论和特征值理论等。

(4) 本课程还会从计算数学的观点来认识问题，例如快速算法、并行计算、数值精度等。

(5) 本课程以学生自学为主，以课堂讲授为辅。学生在课堂学习的过程中，主要是拓宽认识面。在课后，需要自行选择一个方向，作深入的研究。

(6) 除了数学系学生以外，本课程也欢迎理工科学生中对数值计算感兴趣的同学选修。这种训练，对于你们今后在做数值模拟的过程中，也同样适用。

20420103 运筹学 3 学分 48 学时

Operations Research

本课程主要以确定性运筹学方法(数学规划和网络分析)为对象，从数学建模、算法的设计、实现与理论分析等方面介绍了分析和求解常见运筹学问题的策略，也涉及到一些现代常用的随机模型和算法。讲授的主题包括：线性规划建模方法，单纯形算法，两阶段法与对偶单纯形算法，线性规划的对偶理论和灵敏度分析；整数线性规划的分支定界法和割平面方法；动态规划算法；无约束优化的一维搜索算法、梯度法、牛顿法和拟牛顿法，约束优化最优性条件和求解方法；图的基本概念，树，最小生成树算法，有向网络的最短路算法，最大流、最小费用流问题，匹配和稳定婚姻模型及算法，复杂网络概述；蒙特卡洛方法与重要度抽样，模拟退火算法，神经网络算法；两人零和博弈及其单纯形求解。

20420112 高等代数(2) 2 学分 32 学时**Advanced Algebra (2)**

一、基本信息

课程中文名称: 高等代数与几何(2)

课程英文名称: Advanced Algebra and Geometry(II)

考核方式: 考试综合(综合课堂内、外学习表现、讨论班, 创新小论文等)

开课学期: 春季

总学时: 32(课堂讲解), 学分: 2

习题课: 每两周一次 2 学时

前修课程: 高等代数与几何(1)

I. 相似标准型

 λ -矩阵, 不变因子, Frobenius 标准型, Jordan 标准型, 幂零变换。

II. 二次型

二次型 的矩阵, 实二次型, 惯性定理, 正定和半正定二次型。

群论初步

群作用和商集。

度量空间

Cauchy-Schwartz 不等式, Gram-Schmidt 正交化 正交基, 正交群和酉群. Coxeter 群.

双线性型。

30420023 微分方程(1) 3 学分 48 学时**Differential Equations(1)**

本课程主要介绍常微分方程的基础知识和方法, 注重定性理论。具体内容包括: 初等积分法; 一般线性方程组理论; 常系数线性方程组解的表示(矩阵指数函数); 一般高阶线性方程理论; 常系数高阶线性方程解的表示; Picard 存在唯一性定理; 解的最大存在区间, 微分不等式; 解关于参数和初值的连续性及可微性; 周期线性方程组的 Floquet 理论; 二阶线性方程的振荡理论 (Sturm 比较定理和分离定理)。

根据任课教师的学术兴趣和教学时间, 还选择讲授以下部分内容: 二阶线性方程的幂级数解; Sturm-Liouville 特征值理论与边值问题初步; 泛函极值与 Euler 方程 (常微来源); Lyapunov 稳定性 (直接方法); Hamilton 系统理论初步; 平面线性系统及其相图; 平面自治系统的极限环, Poincare-Bendixson 环域定理; Lienard 方程的极限环存在唯一性定理, 典型例子: Van der Pol 方程。

30420095 高等微积分(1) 5 学分 80 学时**Advanced Calculus(1)**

本课程的主要内容是一元函数的微分和积分学理论。讲授的主题包括: 集合与映射; 实数; 上确界和下确界; 数列极限的定义及其性质; Weierstrass 定理, Cauchy 收敛原理; 一元函数极限的定义, 无穷大与无穷小的概念; 连续函数的局部和整体性质; 函数的可微性的定义以及可微函数的性质; 微分学中值定理; 利用导数研究函数的性质; Taylor 定理及其应用; 原函数与不定积分的定义; 不定积分的计算方法; Riemann 积分的定义及性质; 分部积分与变量代换; Newton-Leibniz 公式; 反常积分的定义、其收敛性判别法及其计算; 级数的收敛性判别法, 函数级数的分析性质, 幂级数的性质。

30420105 高等微积分(2) 5 学分 80 学时**Advanced Calculus(2)**

本课程的主要内容是多元函数的微分和积分学理论。讲授的主题包括: 多元函数极限的定义及计算方法; 多元函数连续性的定义和性质; 方向导数与偏导数; 多元函数的微分; 链式法则; 泰勒公式; 反函数与隐

函数定理；多元函数的极值问题，拉格朗日乘子法；重积分的定义与计算方法；曲线积分与曲面积分的定义与计算方法；格林公式，高斯公式，斯托克斯定理；场论的基本语言介绍；常微分方程的基本概念；常微分方程的初等解法；解的存在性定理；线性常微分方程解的结构；傅立叶级数与傅立叶变换。

30420124 高等代数与几何(1) 4 学分 64 学时

Advanced Algebra and Geometry(1)

整数和多项式，行列式，线性方程组，矩阵，线性空间，线性变换，方阵的相似

30420134 高等代数与几何(2) 4 学分 64 学时

Advanced Algebra and Geometry(2)

方阵的相似标准形，空间的分解，双线性型，二次型，欧几里得空间，酉空间

30420334 测度与积分 4 学分 64 学时

Measures and Integrals

本课程的主要内容有集合论；勒贝格测度；可测函数；勒贝格积分； L^p 空间；覆盖定理及其应用；BV 函数与 AC 函数，抽象测度论。

30420364 拓扑学 4 学分 64 学时

Topology

本课程涵盖点集拓扑和代数拓扑初步两个方面的内容。点集拓扑是从数学分析中抽象出来的一套公理性语言体系，包含以下内容：拓扑空间与连续映射，拓扑空间范畴，拓扑的基，子空间拓扑，集合的内部与闭包，乘积空间，商空间与商拓扑，连通性、紧性、可数性、Hausdorff 空间，度量空间与可度量性定理简介。代数拓扑部分是将代数学与拓扑学相结合的研究，本课程是一个初步的介绍，内容包括：路径空间与路径的同伦，基本群，基本群的同伦不变性，Seifert-van Kampen 定理，覆盖空间理论，曲面分类，同调群分类（选讲）。

30420384 抽象代数 4 学分 64 学时

Abstract Algebra

本课程的主要内容将分如下几个部分：

- (1) 群论：作为描述与研究几何对象的对称性的概念---群由 Galois 第一次引入，并由此开创了现代代数学的研究。系统介绍群及其基本性质等，及其相关的概念如：子群，商群，同态，同态基本定理；初步介绍群的结构方面的一些基本知识：直积；正规群，可解群等，最后介绍有限生成 abel 群的结构。
- (2) 环论：介绍环及其子环，商环，同态等基本概念，介绍一些特殊环：唯一分解环，主理想整环等
- (3) 域论：重点介绍域的有限扩张，正规扩张；初步介绍方程的 Galois 理论。

30420405 数学分析(1) 5 学分 80 学时

Mathematical Analysis(1)

本课程的主要内容是一元函数的微分和积分学理论，课程从实数系的定义及其基本定理开始到反常积分的性质结束。讲授的主题包括：实数与数轴；数列极限的定义及其性质；基本列和 Cauchy 收敛原理，有限覆盖定理，Bolzano-Weierstrass 定理；上确界和下确界，数列的上极限和下极限；集合的映射与势；一元函数极限的定义，无穷大与无穷小的概念；连续函数的局部和整体性质；函数的上下极限；函数的可微性的定义以及可微函数的性质；微分学中值定理；利用导数研究函数的性质；Taylor 定理及其应用；原函数与不定积分的定义；不定积分的计算方法；Riemann 积分的定义及性质；分部积分与变量代换；函数的可积性理论，Lebesgue 判别法；Newton-Leibniz 公式；反常积分的定义、其收敛性判别法及其计算。

这些内容对应于教材的前六章，或 Zorich 的《Mathematical Analysis I》的前六章。

30420424 数学分析(3) 4 学分 64 学时

Mathematical Analysis(3)

本课程的主要内容是函数项级数、含参积分、Fourier 分析以及渐近分析，讲授的主题包括：无穷级数的基本性质；正项级数的收敛性判别法；一般级数的收敛性判别法；绝对收敛和条件收敛级数的性质；级数的乘法；无穷乘积；函数项级数的逐点收敛与一致收敛性；Abel 与 Dirichlet 判别法；极限函数与和函数的性质；幂级数的性质；函数的幂级数展开；用多项式一致逼近连续函数；Weierstrass 的处处不可导连续函数；含参变量的常义和广义积分；含参广义积分的性质；Gamma 函数与 Beta 函数；Fourier 与热传导方程；三角 Fourier 级数；Fourier 级数的收敛性；Fourier 级数的 Cesaro 与 Abel 求和；Weyl 的等分布定理；Parseval 等式的应用，等周不等式；Fourier 积分与 Fourier 变换；Poisson 求和公式及其应用；渐进展开与 Laplace 方法。这些内容对应于 Zorich 的《Mathematical Analysis I, II》中的 16, 17, 18, 19 章。

30420433 线性回归 3 学分 48 学时

Linear Regression

这是专为数学系本科生概率统计方向开设的专业基础课。本课程学习线性回归模型。主要内容包括：简单线性回归、多元回归分析、回归诊断、拟合优度、数据转换、变量选择和广义线性模型。你将学会正确地建立模型和解释结果。我们将使用统计软件 R 以获得实际经验。此外，该课程还包括线性模型的一些基本理论。本课程的先修课程是《统计推断》(30420444)。

30420444 统计推断 4 学分 64 学时

Statistical Inference

《统计推断》的主要内容包括：估计理论（参数估计方法、估计的优良性标准、区间估计、分布函数与密度函数的估计等）和假设检验（N-P 引理、似然比检验、拟合优度检验）。着重讲授统计学中的基本概念、方法和理论。同时强调抽样方法和随机模拟。

30420464 复分析 4 学分 64 学时

Complex Analysis

本课程的基本内容包括：复数及其几何应用、解析函数、Cauchy-Riemann 方程、共形变换、Cauchy 定理和 Cauchy 积分公式、级数展开、奇点分类、极大模原理、Schwarz 引理及其几何意义、留数、幅角原理、留数与定积分计算、部分分式与无穷乘积、整函数理论初步、解析延拓与反射原理、Gamma 函数与 Riemann 函数介绍、Riemann 映照定理及其证明、调和函数理论。

40420054 数值分析 4 学分 64 学时

Numerical Analysis

本课程是科学与工程计算方向的入门课程，是进一步学习后续的《偏微分方程数值解法》、《有限元方法》、《差分方法》、《大规模科学计算》等课程的基础。

本课程内容包括：线性方程组的直接解法（高斯消去法、三角分解方法）与迭代法（Jacobi、Gauss-Seidel、超松弛迭代法，最速下降法、共轭梯度法，预处理方法，广义极小化残量法等），非线性方程和非线性方程组的数值解法（不动点迭代法、迭代函数的构造及收敛性分析、牛顿法、拟牛顿方法等），代数特征值问题的计算方法（幂法与反幂法、Jacobi 方法、QR 方法等），函数的插值与逼近（多项式插值、样条插值、三角函数插值、FFT、最佳逼近），最小二乘拟合，数值积分与数值微分（Newton-Cotes 公式、高斯积分公式），常微分方程初值问题的数值解法（Runge-Kutta 方法、线性多步法）等。

本课程强调理论学习与实践相结合，上机实验设计占总成绩 20%。

40420084 离散数学方法 4 学分 64 学时**Methods of Discrete Mathematics**

本课程是数学系运筹学与控制论方向的必修课，以离散量为研究对象，同时欲揭示相关理论的内在联系。课程主要包括以下内容：（1）图论部分：详细讨论图的基本定义、图的连通性及代数表示，道路与回路、欧拉图与哈密顿图、树的几种等价定义及应用、平面图与图的着色、匹配、图谱理论等图论的主要内容，并介绍众多良好的图算法。（2）组合数学部分：主要介绍基本计数方法、生成函数、递推函数、包含和排斥原理、鸽笼原理、Ramsey 数及 Polya 计数理论等内容。

40420193 数理方程与特殊函数 3 学分 48 学时**Methods of Mathematics and Physics**

一些典型方程和定解条件的推导（如波动方程、热传导方程和泊松方程等），通解法，分离变量法，Sturm-Liouville 定理与固有值问题，行波法和积分变换法， δ -函数简介，基本解方法以及格林函数法，贝塞尔函数，勒让德多项式等。

40420393 离散数学 3 学分 48 学时**Discrete Mathematics**

课程内容包括集合论、组合、数论和图论，其中集合论讲授集合的基本运算；组合讲授加法和乘法原理、容斥原理和鸽巢原理、二项式定理、贾宪三角、Bernoulli 大数定律、Fibonacci 数和组合设计初步；数论包括算术基本定理、Euclid 定理、Fermat 小定理、辗转相除法、同余和同余方程；图论包括握手定理、连通性、Euler 迹、Hamilton 圈、树、匹配、平面性、四色问题和五色定理等。

40420520 综合论文训练 15 学分 600 学时**Diploma Project(Thesis)**

综合论文训练一般应包括以下环节（根据选题不同可以有所侧重）：

- 一、开题（第八学期第 3—4 周）：学生做开题报告（含文献综述、方案论证、进程计划等，并撰写外文资料的调研阅读报告或书面翻译），并记成绩。
- 二、中期检查（第八学期第 9 周前后）：学生每人口头汇报、解答问题，并记成绩。
- 三、论文答辩：学生将论文按要求装订成册，答辩前由指导教师、评阅教师写出评语，答辩后由答辩小组给出成绩。

40420534 数学规划 4 学分 64 学时**Methods of Optimization**

本课程的主要内容是模型、理论和算法，讲授的主题包括：优化引言、模型、凸分析的基本内容、线性规划的性质、对偶理论、灵敏度分析及单纯形法和内点法、非线性规划的最优性条件、Lanrange 对偶和鞍点定理、无约束优化的主要算法—最速下降法、牛顿法、共轭梯度法、拟牛顿法，二次规划的理论和算法、约束优化的主要算法—罚函数法、增广的 Langange 法、ADMM 法、可行方向法、SQP 法。

40420614 泛函分析(1) 4 学分 64 学时**Functional Analysis(1)**

本课程主要讲授泛函分析的基本内容，包括度量空间、赋范空间、Banach 空间、内积空间、有界线性算子和紧算子、算子谱理论、Hahn-Banach 定理、一致有界性原理、开映射定理、闭图像定理和正规算子谱分解等内容。

40420624 概率论(1) 4 学分 64 学时**Probability Theory(1)**

本课程基于实际问题背景在实分析、复分析和测度论的基础上主要讲授下列内容: (1) 随机事件, σ -域, 最小 σ -域, 最小单调类, 最小 λ 类, 单调类定理, 概率空间, 条件概率与独立性, (可列) 乘积概率空间与独立随机试验。(2) 随机变量(向量)及其结构, 概率分布(概率模型)包括重要的常见 20 种概率分布以及它们之间关系和性质, 条件分布与独立性, 随机变量函数分布问题。(3) 概率测度积分及其性质(包括积分变换定理), 期望(方差), 条件期望(方差), 条件数学期望(方差)及其性质, 全期望(方差)公式, 特征函数与概率分布关系, 多元正态分布及其性质, 抽样分布定理。(4) 概率极限理论(包括 4 种收敛充要条件刻画及其关系, 一致可积性刻画, 重点是分布收敛与特征函数收敛等价性问题), B-C 引理, Chebyshev 不等式与 Kolmogorov 极大值不等式, 中心极限定理, (强) 大数定理。(5) Poisson 过程与布朗运动, 离散时间鞅论介绍。

40420644 微分几何 4 学分 64 学时**Differential Geometry**

本课程包括曲线与曲面的局部微分几何和整体微分几何选讲两部分。其中曲线与曲面的局部微分几何内容为: 曲线的局部理论, 曲面的局部理论, 曲面论基本定理, 曲面的内蕴几何学。整体微分几何选讲的内容为: 平面曲线的整体性质, 曲面的整体性质, 常高斯曲率曲面, 常平均曲率曲面, 极小曲面。

40420664 偏微分方程 4 学分 64 学时**Partial Differential Equations**

模型方程的建立: (1) 守恒律, 输运方程, 热传导方程, 波动方程; (2) 极小曲面和 Poisson 方程; (3) 定解条件和适定性。

波动方程: (1) 一阶方程和特征线方法; (2) 一维波动方程初值问题的解法; (3) 高维波动方程初值问题的解法; (4) 能量方法; (5) 波动方程混合问题的分离变量方法; (6) 广义函数和广义解简介。

热传导方程: (1) 初值问题的 Fourier 变换解法和 Poisson 公式; (2) 热核和基本解; (3) 热方程混合问题的解法; (4) 极大值原理和正则性估计。

Poisson 方程: (1) Green 函数和基本解; (2) 极值原理, 最大模估计和能量估计; (3) 调和函数的研究; (4) 变分原理和 Sobolev 空间

40420682 数学研讨课(1) 2 学分 32 学时**Seminar on Mathematics(1)**

- (1) 导师给出研讨班题目及内容简介;
- (2) 同学与导师见面确定指导关系, 由导师向系教务科提交研讨班学生选课名单。讨论时间由导师和学生协商确定;
- (3) 学生在选课系统正常选数学研讨课(排课系统中任课教师为代管教师);
- (4) 每学期第 16 周进行期末考核, 成绩将按“优秀、通过、不通过”三档记分。学生如获得通过及以上成绩, 数学研讨课计 2 学分;
- (5) 导师向系教务科提交系统上选课同学的成绩单, 由系教务科负责统一录入;
- (6) 成绩未通过的同学需重修数学研讨课。

40420692 数学研讨课(2) 2 学分 32 学时**Seminar on Mathematics(2)**

- (1) 导师给出研讨班题目及内容简介;
- (2) 同学与导师见面确定指导关系, 由导师向系教务科提交研讨班学生选课名单。讨论时间由导师和学生协商确定;

- (3) 学生在选课系统正常选数学研讨课（排课系统中任课教师为代管教师）；
- (4) 每学期第 16 周进行期末考核，成绩将按“优秀、通过、不通过”三档记分。学生如获得通过及以上成绩，数学研讨课计 2 学分；
- (5) 导师向系教务科提交系统上选课同学的成绩单，由系教务科负责统一录入；
- (6) 成绩未通过的同学需重修数学研讨课。

40420740 综合论文训练 10 学分 600 学时

Diploma Project(Thesis)

综合论文训练一般应包括以下环节（根据选题不同可以有所侧重）：

- 一、开题（第八学期第 3—4 周）：学生做开题报告（含文献综述、方案论证、进程计划等，并撰写外文资料的调研阅读报告或书面翻译），并记成绩。
- 二、中期检查（第八学期第 9 周前后）：学生每人口头汇报、解答问题，并记成绩。
- 三、论文答辩：学生将论文按要求装订成册，答辩前由指导教师、评阅教师写出评语，答辩后由答辩小组给出成绩。

40420752 暑期数学实践 2 学分 32 学时

Summer Mathematics Practice

作为已有的计算实习等暑期实践类课程的补充，开设《暑期数学实践》课程目的是使数学科学系本科生能够在暑期充分利用数学科学中心以及清华学堂数学班的教学资源。学生可以通过选修数学科学中心以及清华学堂数学班在暑期开设的各类基础和专业数学课程、参加研讨班等多种形式在暑期与国内外著名学者交流，开展形式多样的数学学习和科研方面的实践活动。

40420764 应用分析 4 学分 80 学时

Analysis in Applied Mathematics

本课程是高年级专业课，主要介绍应用数学中重要的分析基础方法。本课程的主要内容有渐近级数，Laplace 方法，驻相法，最陡下降法，微分方程奇点分析，奇异摄动，WKB 方法，边界层理论，多重尺度展开，渐近匹配；一阶、二阶变分，Euler-Lagrange 方程，等周问题，Legendre 条件，变分法中的直接方法。

40420784 代数学前沿基础 4 学分 64 学时

Honors Algebra

该课程讲授交换代数、同调代数和有限群与紧群表示的一些基本内容。基本概念和基本理论包括环与理想、模的定义，模同态、直和与张量积，有限生成模与 Nakayama 引理，局部环和局部化，模的正合列；投射模、内射模及模的投射、内射分解式，Ext-群与 Tor-群；Noether 环与 Noether 模，Hilbert 基定理，准素分解；整扩张，going up 与 going down 定理，Dedekind 整环，离散赋值环，数域类群；有限群的不可约表示，表示的张量积，Schur 引理，不可约表示的特征标、正交关系，正则表示的分解，诱导表示与限制表示、Frobenius 互反律，特征标表；紧群及其上的不变测度与线性表示。

40420794 代数数论(1) 4 学分 64 学时

Algebraic Number Theory I

介绍代数数论的基本概念和方法，包括以下内容：

1. 解析方法：zeta-函数、L-函数的无穷乘积和无穷级数表示，它们的收敛区域、解析延拓、解析性质、以及它们的零点和极点的分布，并从这些解析性质推导 Dirichlet 密度定理，即素数在等差序列中的均匀分布；Tauber 型定理，并用该定理证明素数定理，即素数在整数中出现的频率的估计。
2. 代数数域及其扩充，迹、范数，判别式，regulator，代数数域的实嵌入和复嵌入，Minkowski 关于中心对

称凸区域中格点的定理，用该定理证明 Dirichlet 关于代数整数环的单位群的结构定理，代数数域的离散赋值，离散赋值在扩域上的扩充和分歧性质，代数数域上的阿基米德和非阿基米德度量，代数数域的类群，局部域，Dedekind 整环，准素分解。

40420803 分析力学 3 学分 48 学时

Analytic Mechanics

本课程的主要内容是拉格朗日(Lagrangian)力学和哈密顿(Hamiltonian)力学的数学基础和理论体系。讲授的主题包括：运动方程；守恒定律；物理学中的对称性；运动方程的积分；拉格朗日力学；刚体的运动；哈密顿力学；变分原理；正则方程；可积系统；微振动等。